# 第二单元 函数

## 基础课06 函数的概念及其表示

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. [2024·修水段考改编]下列各组函数中，表示同一个函数的是（ A ）.

A. ， B. ，

C. ， D. ，

[解析]对于，函数 的定义域为，函数 的定义域为，定义域相同，对应关系相同，所以是同一个函数；

对于，函数 和 的定义域都是，但对应关系不相同，所以不是同一个函数；

对于，函数 的定义域为，函数 的定义域为，定义域不相同，所以不是同一个函数；

对于，函数 的定义域为，的定义域为，定义域不相同，所以不是同一个函数.故选.

2. [2024·重庆联考]设集合，，则（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]，，

.故选.

3. [2024·河北模拟]若函数则（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]因为，所以，所以.故选.

4. [2024·河北测评]已知函数的定义域为，则函数的定义域为（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]因为函数 的定义域为，且函数 有意义，所以,解得 或，所以函数 的定义域为.故选.

5. 已知函数，则（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]对于，令，则，所以，因此.故选.

6. 若函数对于任意实数，,都有,则（ A ）.

A. 3 B. 4 C. D.

[解析] 对于任意实数 都有，

，

，解得，

.故选.

7. [2024·河南联考]已知定义在上的函数对任意的实数，都有，则（ C ）.

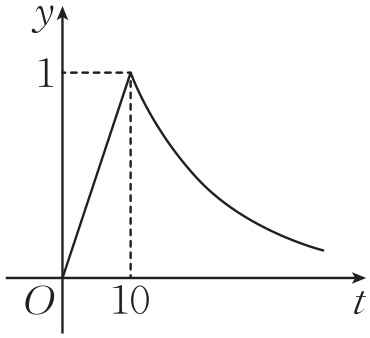
A. 2025 B. C. 0 D. 1

[解析]因为，所以，即，

所以.

故选.

8. [2024·南昌模拟]为了预防某种病毒，某学校需要通过喷洒药物对教室进行全面消毒，出于对学生身体健康的考虑，相关部门规定：当教室的空气中这种药物的浓度不超过0.25毫克/立方米时，学生方可进入教室.已知从喷洒药物开始，教室内部的药物浓度（单位：毫克/立方米）与时间（单位：分钟）之间的关系为,函数的图象大致如图所示.如果早上7：30就有学生进入教室，那么开始喷洒药物的时间最迟是（ A ）.



A. 7：00 B. 6：40 C. 6：30 D. 6：00

[解析]根据函数的图象，可得函数的图象过点，

由函数图象连续，可得，解得，

所以,令，可得 或，解得 或，

所以如果7：30就有学生进入教室，那么开始喷洒药物的时间最迟是7：00.故选.

#### 综合提升练

9. [2024·锦州模拟]（多选题）若存在函数对任意都有，则函数不可能为（ AC ）.

A. B.

C. D.

[解析]对于，是奇函数，是偶函数，则，矛盾，故 不满足条件；

对于，因为 所以 故 满足条件；

对于，分别取 和，可得，，矛盾，故 不满足条件；

对于，，则，单调递增，且，即 为奇函数，值域为，故 满足条件.故选.

10. （多选题）若函数满足，则称函数为“函数”.下列四个函数中是“函数”的为（ ACD ）.

A. B.

C. D.

[解析]对，，故 满足条件.

取，则，故 不满足条件.

对，，故 满足条件.当 时，，则；当 时，；当 时，，则.所以对任意的，，故 满足条件.故选.

11. [2024·济宁模拟]已知，函数，则  .

[解析]因为，所以，

所以，解得.

12. [2024·昆明模拟]（双空题）已知函数若，则的值域为,；若的值域为,，则参数的取值范围是,.

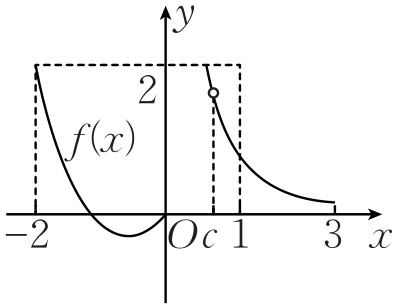
[解析]若，则.

当 时，,;

当 时，,.

故 的值域为,.

若 的值域为,，作出 的图象如图所示，



则当 时，，

当 时，，所以需满足，又因为需满足，即，所以参数 的取值范围是，即 的取值范围是,.

#### 应用情境练

13. [2024·苏州模拟]高斯是德国著名的数学家，是近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号.设，用表示不超过的最大整数，则称为“高斯函数”.例如，,.若函数，则函数的值域为  .

[解析].

,,，

则，即.

当 时，；

当 时，；

当 时，；

当 时，.

综上所述，函数 的值域为.

14. 映射由德国数学家戴德金在1887年提出，曾被称为“基础数学中最为美妙的灵魂”，在计算机科学、数学以及生活的方方面面都有重要的应用.例如，在新高考中，不同选考科目的原始分要利用赋分规则，映射到相应的赋分区间内，转换成对应的赋分后再计入总分.某省选考科目的赋分规则如表所示：

等级原始分占比赋分区间

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 转换成对应赋分的公式：.  其中，，分别表示原始分对应等级的原始分区间下限和上限；，分别表示原始分对应等级的赋分区间下限和上限 | | |

若小华选考政治的原始分为82，对应等级为，且等级的原始分区间为，则小华的政治成绩对应的赋分约为93.（结果按四舍五入取整数）

[解析]等级 赋分区间为，原始分区间为，

根据赋分公式，得，解得.

#### 创新拓展练

15. [2024·河北模拟]函数的值域为,.

[解析]函数 的几何意义是在平面直角坐标系内定点 与动点 连线的斜率，易知动点 在以点 为圆心，1为半径的圆 不包含点 上.

显然直线 的斜率存在，设直线 的斜率为，则直线 的方程为，即，

则，解得，所以 的值域为,.

16. [2024·广西检测]已知火箭起飞质量（单位：）是箭体质量,单位：和燃料质量（单位：）之和.在发射阶段不考虑空气阻力的条件下，火箭的最大速度（单位：）和之间的关系为，其中,为常数，且当燃料质量为时，火箭的最大速度为.已知某火箭的箭体质量为，当燃料质量为时，该火箭的最大速度为.

（1）求该火箭的最大速度与起飞质量之间的函数关系式.

（2）“第一宇宙速度”是指物体在环绕地球做匀速圆周运动时所需达到的速度，也称“航天器最小发射速度”.请问当燃料质量至少是箭体质量的多少倍时，该火箭的最大速度可达到（“第一宇宙速度”）？

[解析]（1）因为火箭的最大速度（单位：）和 之间的关系为，

且当 时，,;当 时，,.所以 解得

所以.

（2）设，且，则，又，所以当 时，可得，

即，解得，

故当燃料质量至少是箭体质量的 倍时，该火箭的最大速度可达到.